CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
”SPIRU HARET”
EDIȚIA A XX-A, 11 MAI 2019

BAREM DE CORECTARE CLASA A – XI-A

1. a) (2p) Calculați determinantul $\Delta(x)=\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & x+2 \end{vmatrix}, x\in\mathbb{R}$.

b) (2p) Determinați numărul real x pentru care $\Delta(x)$ ia valoare minimă.

c) (3p) În sistemul cartezian XOY considerăm punctele $A(0,1), B(0,2)$ și $C(2,0)$. Să se determine M situat pe prima bisectoare a axelor de coordonate, astfel încât $\text{aria}(\Delta ACM)=\text{aria}(\Delta BCM)$.

Barem:

a) Calculează: $\Delta(x)=x^2+2x-6$ ……………………………………………………………2p

b) $\Delta(x)=(x+1)^2-7\geq -7,$ cu egalitate pentru $x=-1$ ……………………………………..2p

c) $\text{aria}(\Delta ACM)=\frac{1}{2}|x+2y-2|$ ……………………………………………………1p

$\text{aria}(\Delta BCM)=\frac{1}{2}|2x+2y-4|$ ……………………………………………………1p

$\text{M}(x,x);\text{aria}(\Delta ACM)=\text{aria}(\Delta BCM)\Leftrightarrow M\left(\frac{6}{7},\frac{6}{7}\right)$ sau $M(2,2)$ ……………………………1p

2. Fie matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) (2p) Să se demonstreze că $A^3=3A^2$ și $AB=BA$.

b) (3p) Determinați A^n și B^n, $n\in\mathbb{N}^*$.

c) (2p) Dacă $C=3A-3B$, calculați C^3.

Barem:

a) Verificare prin calcul ……………………………………………………………………2p

b) Inductiv obține $A^n=3^{n-1}A, B^n=3^{n-1}B$ ……………………………………………3p

c) Obține $C^2=81I_3\Rightarrow C^3=243C=243\cdot\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ……………………………………2p

3. a) (4p) Determinați asimptotele la graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$ și arătați că sunt simetrice față de axa Oy.

b) (3p) Calculați următoarele limite: i) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2+x+1}}{3x+1}$; ii) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(x+\sin x)}{x^2}$.

Barem:

a) Funcția nu admite asimptote orizontale sau verticale................. ....1p

Obține $d_1: y=x+\dfrac{1}{2}$ asimptotă orizontală spre $+\infty$, $d_2: y=-x-\dfrac{1}{2}$ asimptotă orizontală spre $-\infty$.....2p

Justifică simetria..1p

b) Calculează limita i)..1p

Calculează limita ii)..2p

4. Considerăm funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}9^{ax}-4\cdot3^{ax+1}+12, x<1\\-15x^2-ax+a, \quad x\geq1\end{cases}$, cu $a,b\in\mathbb{R}$.

a) (4p) Determinați valorile parametrului real a pentru care funcția este continuă pe $\mathbb{R}$.

b) (3p) Pentru $a=1$, arătați că ecuația $f(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(0,1)$.

Barem:

a) Obține $a=1$ sau $a=2$ ………………………………………………..…………………...……4p

b) $f(0)\cdot f(1)<0$ și f continuă, de unde concluzia………………….……………………………..…….3p