CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
”SPIRU HARET”
EDIȚIA A XX-A, 11 MAI 2019

BAREM DE CORECTARE CLASA A – IX-A

1. a) (3p) Să se arate că $\dfrac{1}{1+2+3+...+n}=\dfrac{2}{n}-\dfrac{2}{n+1}, \forall n\in\mathbb{N}, n\geq 1$.

b) (4p) Aflați numărul natural $n\in\mathbb{N}^*$ astfel încât: $\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+...+\dfrac{1}{1+2+...+n}\right)=\dfrac{2018}{2019}$.

Barem:

a) Verificare prin calcul……………………………………………………………3p

b) $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{1+2+...+n}=\dfrac{2n}{n+1}$ ……………………………………………………………3p

Finalizare $n=2018$ ……………………………………………………………1p

2. Se consideră progresia geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$ astfel încât: $\begin{cases} a_1-a_3=\dfrac{7}{8} \\ a_2-a_4=\dfrac{7}{16}\end{cases}$.

a) (3p) Să se determine primul termen și rația progresiei.

b) (2p) Arătați că $a_n=\dfrac{7}{3\cdot 2^n}, \forall n\geq 1$ și calculați $a_1+a_2+...+a_n$.

c) (2p) Demonstrați că $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{2}{a_2}+...+\dfrac{n}{a_n}=\dfrac{3}{7}\left[(n-1)2^{n+1}+2\right], \forall n\geq 1$.

Barem:

a) $a_1=\dfrac{7}{6}, q=\dfrac{1}{2}$ ……………………………………………………………3p

b) $a_n=\dfrac{7}{3\cdot 2^n}, \forall n\geq 1$……………………………………………………………1p

Deduce $a_1+a_2+...+a_n=\dfrac{7}{3}\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)$……………………………………………………………1p

c) Demonstrează (inductiv)……………………………………………………………2p

3. a) (3p) Să se determine funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, cu proprietatea $3f(x)+2f(1-x)=-3x+4, \forall x\in\mathbb{R}$.

b) (2p) Rezolvați ecuația $|-3x+2|+|3x-1|=3$.

c) (2p) Rezolvați sistemul de inecuații $\begin{cases}\dfrac{9x-5}{5x-9}<0 \\ \dfrac{x-1}{2-x}\geq -1\end{cases}$.

Barem:

a) Determină $f(x) = -3x + 2$ 3p

b) Rezolvă ecuația, mulțimea soluțiilor este $S = \{0,1\}$ 2p

c) Rezolvă sistemul...2p

4. În ΔABC se consideră punctele D, E, F astfel încât $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{FE}$.

a) (4p) Exprimaţi vectorii $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD}$ în funcţie de vectorii $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$;

b) (2p) Arătaţi că $4\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$;

c) (1p) Arătaţi că A, F, D sunt puncte coliniare.

Barem:

a) $\overrightarrow{AF} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}}{4}$ 2p

$\overrightarrow{AD} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}}{3}$ 2p

b) Din $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AD}$ şi $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AF}$ avem $4\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$ 2p

c) Cum $4\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AF} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AD} \Rightarrow A, F, D$ sunt puncte coliniare..1p

Notă: Orice altă soluţie corectă se va puncta corespunzător.